



永春高中數學科 階城盃答案卷

15

班級 215 座號 7 姓名 [REDACTED] 第 75 期第 二 大題

最佳解

1. $m=8$ 時, $8 \leq n \leq 2^8 - 1$, 二進位恰有一個 1 可以表示為 2^x ($x \in \mathbb{N}$), 則 $2^3 \leq 2^x \leq 2^8 - 1$, $3 \leq x < 8$, x 可能為 3, 4, 5, 6, 7, 故 $F_8(1) = 5$ *

2. 二進位有兩個 1 可以表示為 $2^{x_1} + 2^{x_2}$ ($x_1 < x_2, x_1, x_2 \in \mathbb{N}$), 則 $2^3 \leq 2^{x_1} + 2^{x_2} \leq 2^8 - 1$, x_1, x_2 可在 $0 \sim 7$ 選, 但不能兩個都在 $0 \sim 2$ 之間, 故 $F_8(2) = C_2^8 - C_2^3 = 25$ *

3. $m=2^t$ 時, $2^t \leq n \leq 2^{(t)} - 1$, 二進位有 t 個 1 可以表示為 $2^{x_1} + 2^{x_2} + \dots + 2^{x_t}$ ($x_1 < x_2 < \dots < x_t, x_1, x_2, \dots, x_t \in \mathbb{N}$) 則 $2^t \leq 2^{x_1} + 2^{x_2} + \dots + 2^{x_t} < 2^{(t)}$, x_1, x_2, \dots, x_t 可在 $0 \sim 2^t - 1$, 但不能都在 $0 \sim t-1$ 之間 ($\sum_{i=1}^t 2^i = 2^t - 1 < 2^t$ 就算全選也不符合), 故 $F_{2^t}(t) = C_t^{2^t} - C_t^t$ Q.E.D.