



永春高中數學科 階城盃答案卷

14

最佳解

班級 215 座號 7 姓名 [REDACTED] 第 75 期第 一 大題

5 1. 將 $2n$ 名同學由低到高編號為 $1, 2, 3, \dots, 2n$
 $n=1$ 時,

1
2

, $S_1 = 1$
 $n=2$ 時,

1	3
2	4

,

1	2
3	4

, $S_2 = 2$
 $n=3$ 時,

1	5
4	6

,

2	3
6	6

,

1	2
5	6

, $S_3 = S_2 \times S_1 + S_1 \times S_2 + 2 - 1$
(S₂ × S₁)種 (S₁ × S₂)種 2種
重覆1種 重覆2種
 $= 2 + 2 + 2 - 1 = 5$ #

5 2. $n=4$ 時,

1	6
6	6

,

7	8
8	8

,

1	5
4	8

,

2	3
8	8

,

1	2	3
6	7	8

(S₃ × S₁)種 (S₂ × S₂)種 (S₁ × S₃)種 2種
 $S_4 = S_3 \times S_1 + S_2 \times S_2 + S_1 \times S_3 + 2 = 5 + 4 + 5 + 2 - 2 = 14$ #

4 3. $n \geq 3$ 時,

1	...	2n-2
2n-1	2n	2n

,

1	...	2n-4
2n-3	2n	2n

, ...
(S_{n-1} × S₁)種 (S_{n-2} × S₂)種 重覆(n-2)種

1	3	...	2n
2	2n

,

1	2	...	n-1
n+2	...	2n-1	2n

(S₁ × S_{n-1})種 2種

$$\therefore S_n = S_{n-1} \times S_1 + S_{n-2} \times S_2 + \dots + S_1 \times S_{n-1} + 2 - (n-2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} S_{n-i} S_i \quad (n \geq 3) \quad *$$