



永春高中數學科 階城盃答案卷

班級 115 座號 01 姓名 第 15 期第 2 大題

(1) $8 \leq n \leq 2^8 - 1$

符合條件之 N n : 8, 16, 32, 64, 128

$\Rightarrow F_8(1) = 5$

最佳解

(2) 符合條件之 N n :

$2^0, 2^1, \dots, 2^7$ 中任取兩數之和 ($\because 2^8 > 2^8 - 1$)

且滿足 $8 \leq n \leq 2^8 - 1$ 的數

\Rightarrow 任取兩數有 C_2^8 種

\Rightarrow 減去兩數和 < 8 的組合, 如: $2^0 + 2^0, 2^0 + 2^1, 2^1 + 2^1$, 共 C_2^3 種

$\therefore F_8(2) = C_2^8 - C_2^3 = \frac{8 \times 7}{2} - 3 = 25$

(3) 由上題解題過程, 推論:

n 的範圍為 $2^t \leq n \leq 2^{2^t} - 1$ 時,

在 $2^0, 2^1, \dots, 2^{2^t-1}$ 中任取 i 個數之和,

減去 $< 2^t$ 的組合共 C_i^t 種, 即為 $F_{2^t}(i)$

$\therefore F_{2^t}(i) = C_i^{2^t} - C_i^t$

\Rightarrow 論證完畢

(1) $F_8(1) = 5, n = 8, 16, 32, 64, 128$

A. (2) $F_8(2) = 25$

(3) 如上所述

請將本卷對折一次後投入投件箱, 謝謝您的參與!