



永春高中數學科 階城盃答案卷

班級 715 座號 12 姓名 [REDACTED] 第 13 期第 二 大題

最佳解!

∵ 圓周上任一點，均只存在一條切線

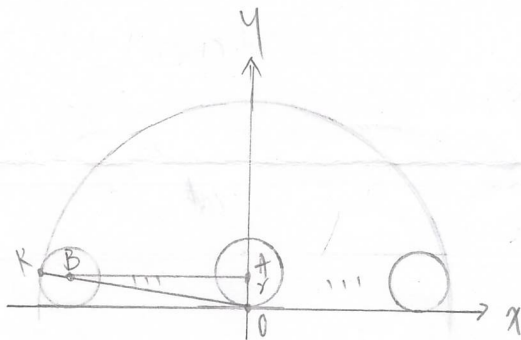
∴ 大圓、小圓相切的點，其切線必為同一條

坐標化下，令大圓圓心為 $(0,0)$ ，過 $(0,0)$ 之水平線與過 $(0,0)$ 之鉛垂線，分別為 x 軸與 y 軸
設 $x > 1$ 時，大圓與小圓在第二象限切 K 點，且令 L 為與 K 點相切直線

∵ 同時與 L 垂直且過 K 點之直線，僅有一條，又兩圓圓心與 K 點連線，必垂直 L

∴ 大圓圓心，小圓圓心， K 點三點共線

⑦



令最左圓之圓心為點 $B(-(x-1), y)$ ，而 $(0, y)$ 為點 A ，其中 $x > 1$

直角 $\triangle ABO$ 中， $AB = (x-1)y$ ， $AO = y$ ， $BO = 1-y$

by 畢氏定理：

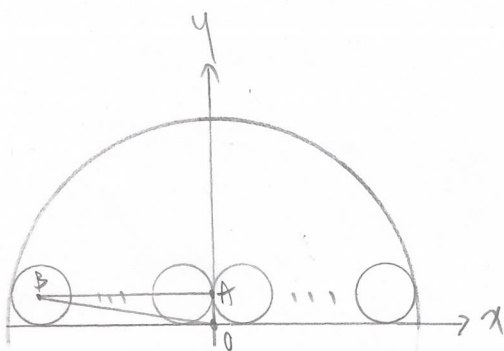
$$(1-y)^2 = (x-1)^2 y^2 + y^2$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 y^2 + y^2 - 1 + 2y - y^2 = 0$$

by 公式解：

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + (x-1)^2}}{(x-1)^2} \quad (\text{負不合})$$

$$\text{故 } \begin{cases} y_n = \frac{1 + \sqrt{1 + (x-1)^2}}{(x-1)^2} & (x > 1 \wedge n \in \mathbb{N}) \\ y_1 = \frac{1}{2} \end{cases}$$





永春高中數學科 階城盃答案卷



班級 7/5 座號 12 姓名 周林良 第 12 期第 二 大題

①②

by 第3小題 求通解：

$$r_2 = -1 + \sqrt{5}$$

$$r_3 = \frac{1 + \sqrt{1+4}}{4} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4} \quad \#$$

請將本卷對折一次後投入投件箱，謝謝您的參與！