



永春高中數學科 階城盃答案卷

班級 315 座號 5 姓名 第 11 期第 2 大題

348

最佳解!

(1)

步數	座標
1	(6, -3)
2	(5, -3)
3	(5, -2)
4	(4, -2)
5	(4, -1)
6	(3, -1)
7	(3, 0)
:	:

由於餘3時 $(a, b) \rightarrow (a-1, b)$
因此接下來 $a \rightarrow a+1$ 餘2
 $(a-1, b) \rightarrow (a-1, b+1)$, 接著
又會餘3, 因此 x 座標會一直-1, y 座標+1。

$$\therefore \text{求} \left(6 - \frac{2025-1}{2}, -3 + \frac{2025-1}{2} \right)$$

$$= (6 - 1012, -3 + 1012)$$

$$= (-1006, 1009)$$

因此到 (3, 7) 前 8 步可能為

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2$$

可知從 1 從 2 往前推 8 步只可能為

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \quad \text{or}$$

$$0 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$$

$\therefore$ 所以往前回推 7 步會到 $(3 + \frac{7+1}{2}, 7 - \frac{7+1}{2}) = (7, 4)$

$\Rightarrow$ 再回推一步有兩種可能 (7, 3) 或 (7, 5)

(3)

when $a+b \equiv 0 \pmod{4}$

根據右邊的餘數循環圖 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow \dots$

可得 $(a, b) \rightarrow (a, b-1) \rightarrow (a-1, b-1) \rightarrow (a-1, b) \rightarrow (a-2, b) \rightarrow \dots$

$$\Rightarrow n \text{ 步時: } (a - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor)$$

when $a+b \equiv 1 \pmod{4}$ 可得 $(a, b) \rightarrow (a+1, b) \rightarrow (a+1, b+1) \rightarrow (a, b+1) \rightarrow (a, b+2) \rightarrow \dots$

$$\Rightarrow n \text{ 步時: } (a + 1 - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$$

when $a+b \equiv 2 \pmod{4}$ 可得 $(a, b) \rightarrow (a, b+1) \rightarrow (a-1, b+1) \rightarrow (a-1, b+2) \rightarrow \dots$

$$\Rightarrow n \text{ 步時: } (a - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor)$$

when $a+b \equiv 3 \pmod{4}$ 可得 $(a, b) \rightarrow (a-1, b) \rightarrow (a-1, b+1) \rightarrow (a-2, b+1) \rightarrow \dots$

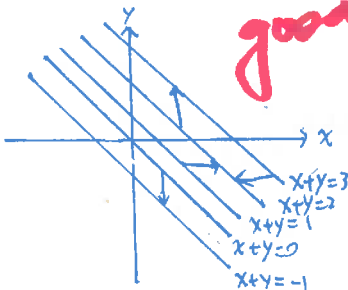
$$\Rightarrow n \text{ 步時: } (a - \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$$

(2)

$$\because 3+7 \equiv 2 \pmod{4}$$

以下討論 $a+b \equiv k \pmod{4}$

k 在不同的值的情況下會如何移動



good idea!

If (a, b) 中 $a+b \equiv 0 \pmod{4}$

$\Rightarrow$ 向下移, 即從 $x+y=0$ 上移到

$x+y=-1$, 因此若 $a+b \equiv 0 \pmod{4}$

則 (a, b) 移到 $x+y=k$ 上, $k \equiv 3 \pmod{4}$

寫作 $0 \rightarrow 3$, 同理可得 $1 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2$, 綜合起來為 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

(1) $(-1006, 1009)$ (2) $(7, 3)$ or $(7, 5)$

(3) when $a+b \equiv 0 \pmod{4}$

$$\Rightarrow (a - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor)$$

when $a+b \equiv 1 \pmod{4}$

$$\Rightarrow (a + 1 - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$$

when $a+b \equiv 2 \pmod{4}$

$$\Rightarrow (a - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor)$$

when $a+b \equiv 3 \pmod{4}$

$$\Rightarrow (a - \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor, b + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$$

請將本卷對折一次後投入投件箱, 謝謝您的參與!