



永春高中數學科 階城盃答案卷

班級 15 座號 12 姓名 [REDACTED] 第 71 期第 — 大題

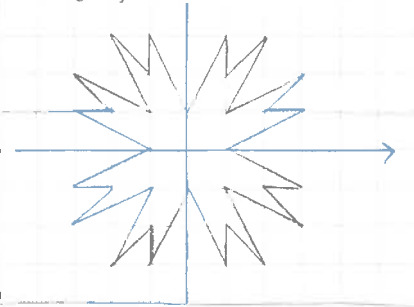
$$c \quad \{a_3\} = \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1} \right\}$$

$$\{a_4\} = \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{1} \right\}$$

$$\{a_5\} = \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1} \right\}$$

15
最佳解

e 令 $\{a_n\}$ 的封閉圖形面積為 A_n

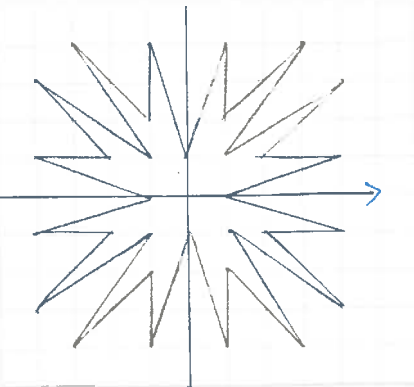


→ $\{a_3\}$ 的封閉圖形

由 Pick 定理可得：

$$A_3 = \frac{b}{2} + i - 1 \quad (b \text{ 為邊界上的格子數, } i \text{ 為內部的格子數})$$

$$A_3 = \frac{32}{2} + 1 - 1 = 16 \#$$



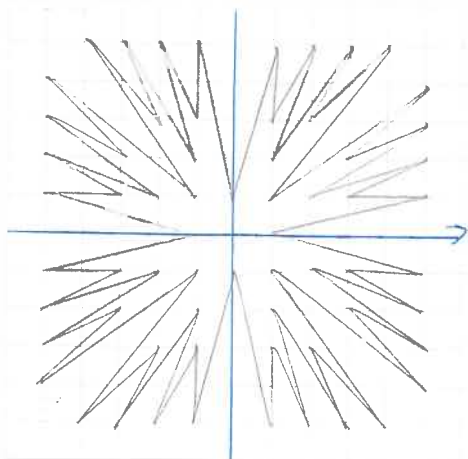
→ $\{a_4\}$ 的封閉圖形

$$A_4 = \frac{48}{2} + 1 - 1 = 24 \#$$



永香高中數學科 階城盃答案卷

班級 A5 座號 12 姓名 [REDACTED] 第 71 期第 — 大題



→ $\{a_5\}$ 的封閉圖形

$$A_5 = \frac{80}{2} + 1 - 1 = 40$$



② 由 Pick 定理可清楚發現 若 i ^始 終保持 1 (也就是圖形內部只有 $(0,0)$ 一個格子點), ~~則~~

$$A_n = \frac{4 \left(\frac{\# \{a_n\} - 1}{2} - 1 \right) + 4}{2} = \frac{4(\# \{a_n\} - 2)}{2} = 2(\# \{a_n\} - 2)$$

$\downarrow$ 4個象限 $\downarrow$ 一象限中邊界上之格子數 $\downarrow$ 在 $x-y$ 軸上之格子數

目前尚未證明 i 恆等於 1

只需說明 $(0,0)$ 附近格子集必有集
然後解決 $y=x$ 右側 i 象限無 i 即可