



永春高中數學科 階城盃答案卷

班級 15 座號 12 姓名 周 第 68 期第 1 大題

最佳解!

①

+3
$$\begin{cases} y = ax^2 + x \\ y = x^2 + ax \end{cases}$$

$$\Rightarrow ax^2 + x = x^2 + ax$$

$$\Rightarrow ax^2 - x^2 + x - ax = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)x^2 - (a-1)x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ or } 0$$

$\therefore \Gamma_1, \Gamma_2$ 為拋物線

$$\therefore a \neq 0$$

$\therefore$ 當 $a \neq 1$ 時, Γ_1, Γ_2 交 $x=1$ or 0

$\therefore a \neq 0 \wedge a \neq 1$ 時, Γ_1, Γ_2 交 $(0,0) \vee (1, a+1)$

*若 $a=1$ 時, $\Gamma_1 = \Gamma_2 \Rightarrow \Gamma_1, \Gamma_2$ 重合

②

+4 $\Gamma_1: y = 3x^2 + x$

$$= 3\left(x^2 + \frac{1}{3}x\right)$$

$$= 3\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{12}$$

$$\Gamma_2: y = x^2 + 3x$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

$\therefore$ 當 $a=3$ 時, P 坐標為 $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{1}{12}\right)$, Q 坐標為 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$



永春高中數學科 階城盃答案卷

班級 15 座號 12 姓名 周詩豪 第 68 期第 1 大題

③

$$\begin{aligned} +4 \quad \Gamma_1: y &= ax^2 + x \\ &= a\left(x + \frac{1}{2a}\right)^2 - \frac{1}{4a} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P\left(-\frac{1}{2a}, -\frac{1}{4a}\right) \text{ 其中 } a \neq 0$$

$$\Rightarrow P \text{ 的軌跡方程式為 } -\frac{1}{4a} = -\frac{1}{2a} \times \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x \quad (x \neq 0) \quad \#$$

④

$$\begin{aligned} +4 \quad \Gamma_2: y &= x^2 + ax \\ &= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Q\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4}\right) \text{ 其中 } a \neq 0 \text{ (題目條件)}$$

$$\Rightarrow Q \text{ 的軌跡方程式為 } -\frac{a^2}{4} = \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow y = -x^2 \quad (x \neq 0) \quad \#$$