



永春高中數學科 階梯盃答案卷

班級 15 座號 12 姓名 周 第 65 期第 1 大題

545

①

設 n 為兩正整數之和、 n 為兩正整數集中一數 ($n \geq 2, n \geq 1, m, n \in \mathbb{N}$)

$n \backslash m$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	5	10	17	26	37	50	65	82
2			8	13	20	29	40	53	68
3					18	25	34	45	58
4							32	41	52
5									50

最佳解!

\Rightarrow 每一小格都是 $(m-n)^2 + n^2$

\therefore 每行從下而上數值增加

$\therefore \{a_n\}$ 前 10 項不可能在 $n > 9$ 以後

good! $\therefore \{a_n\}$ 前 10 項分別為 2, 5, 8, 10, 15, 17, 18, 20, 25, 26

② 設 $k = a^2 + b^2$ ($a, b \geq 1, a, b \in \mathbb{N}$)

$$k^3 = k(a^2 + b^2)$$

$$= k^2 a^2 + k^2 b^2$$

$$= (ka)^2 + (kb)^2$$

$\therefore k^3$ 在 $\{a_n\}$ 中



永春高中數學科 階梯盃答案卷

2016

班級 15 座號 12 姓名 周 第 65 期第 一 大題

②

同①

n	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n	f_n	g_n	h_n	i_n	j_n	k_n	l_n
1	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
2		8	17	26	35	44	53	62	71	80	89	98
3				18	25	32	39	46	53	60	67	74
4					32	41	50	59	68	77	86	95
5							50	61	72	83	94	105
6								72	83	94	105	116
7												

$\rightarrow (m-1)^2 + 1$

$\therefore \{a_n\}$ 存在有限連續正整數

法二

設 $k=1-x^2=a^2+b^2$; $k=x^2+1=c^2+d^2$; $k+1=x^2+z^2=e^2+f^2$

$\therefore x^2+x^2+z^2=2c^2+2d^2$

$\Rightarrow 2c^2+d^2-x^2=1$

$\Rightarrow c^2-x^2=1-d^2$

當 $x=c+1$, 則 $c^2-(c+1)^2=1-d^2 \Rightarrow -2c+d^2=2$

\therefore 討論 d 值為偶數時, 最後要確認 x 和 z 是否在 $\{a_n\}$ 中, 其中一解 (d, c, x) 為 $(12, 72, 73)$

存在性要證明才完整

建議可尋出條件
↓ 通解: good