



永春高中數學科 階城盃答案卷

P. 1

班級 308 座號 34 姓名 陳和暉 第 57 期第 1 大題

3434

1. $a+b+c=n$. $a+b=n-c$ W.L.O.G. Assume $c \geq b \geq a$.

By Triangle ineq. $a+b > c \Rightarrow n-c > c \Rightarrow n > 2c$.

For $n=21$: $\frac{21}{2} > c \geq b \geq a$.

①

c	b	a
10	10	1
	9	2
	8	3
	7	4
	6	5

②

c	b	a
9	9	3
	8	4
	7	5
	6	6

③

c	b	a
8	8	5
	7	6

④

c	b	a
7	7	7

* $5+4+2+1 = 12$ (種)
 $\therefore f(21) = 12$ #

2. $\langle i \rangle$ $a+b+c=n$. $\underline{A}$. $c \geq b \geq a$, $\therefore 3c \geq n$.

$\Rightarrow c \geq \frac{n}{3}$. $\times c \in \mathbb{N}$. $\Rightarrow c \geq \lceil \frac{n}{3} \rceil$.

$\langle ii \rangle$ $n > 2c \Rightarrow c < \frac{n}{2}$. $\times c \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Max of } (c) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, c \text{ is odd.} \\ \text{Max of } (c) = \frac{n}{2} - 1, c \text{ is even.} \end{array} \right.$

good. but why?



永春高中數學科 階城盃答案卷

P. 2

班級 302 座號 34 姓名 蔡和晴 第 57 期第 1 大題

n	$f(n)$	情形
1	X	
2	X	
3	1	(1,1,1)
4	X	
5	1	(2,1,1)
6	1	(2,2,2)
7	2	(3,3,1) (3,2,2)
8	1	(3,3,2)
9	3	(4,4,1) (4,3,2) (3,3,3)
10	2	(4,4,2) (4,3,3)
11	4	(5,5,1) (5,4,2) (5,3,3) (4,4,3)
12	3	(5,5,2) (5,4,3) (4,4,4)
13	5	(6,6,1) (6,5,2) (6,4,3) (5,5,3) (5,4,4)
14	4	(6,6,2) (6,5,3) (6,4,4) (5,5,4)
15	6	(7,7,1) (7,6,2) (7,5,3) (7,4,4) (6,6,3) (6,5,4)
16	5	(7,7,2) (7,6,3) (7,5,4) (6,6,4) (6,5,5)
17	8	(8,8,1) (8,7,2) (8,6,3) (8,5,4) (7,7,3) (7,6,4) (7,5,5) (6,6,5)
18	7	(8,8,2) (8,7,3) (8,6,4) (8,5,5) (7,7,4) (7,6,5) (6,6,6)
19	10	(9,9,1) (9,8,2) (9,7,3) (9,6,4) (9,5,5) (8,8,3) (8,7,4) (8,6,5) (7,7,5) (7,6,6)
20	8	(9,9,2) (9,8,3) (9,7,4) (9,6,5) (8,8,4) (8,7,5) (8,6,6) (7,7,6)

× 因 $n+2$ 比 n 多兩根長度為 1 之火柴棒

∴ $a+b+c$ 的組合. 變多. $\Rightarrow$ 當 n 為奇數且 $n \geq 5$ 時, $f(n)$ 嚴格遞增
 $\Rightarrow$ 當 n 為偶數且 $n \geq 8$ 時, $f(n)$ 嚴格遞增

∴ 若 $f(n) \Rightarrow$, $\min$ of $n = 9$, $\max$ of $n = 12$ #

請將本卷對折一次後投入投件箱，謝謝您的參與！



永春高中數學科 階城盃答案卷

P. 3

班級 308 座號 34 姓名 張永時 第 57 期第 1 大題

3. $n = 3, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19$?

4. 當 $n=3$ 或 n 為大或等於 7 之奇數, 敘述成立.

即 $n=2k+1$. ($k \in \mathbb{N}$, 但 $k \neq 2$)

$\Rightarrow$ For $n=3$, $f(3)=1, f(4)=0$. 故當 $n=3$, $f(3) > f(3+1)$ 成立.

For n 為大或等於 7 之奇數,

n 推導 $n+1$ 時, 皆為上一項在最小邊加 1 去組成三角形, 但每次增加, 都有項次減少 (重複).

原因是因上一頁黑筆標註處可見, good 當 n 為奇數時, 且組成符合 $c:b=a$ 之三角形時, $(a-1), (b+1)$ 所構成的 三角形相同, 故在從 $n \rightarrow n+1$ 時需減 1.

如 $n=17$,

$(7, 6, 4), (7, 5, 5)$

$n=17+1=18$

可得 $(7, 6, 5), (7, 5, 6)$ 重複 $\Rightarrow$ 需減 1.