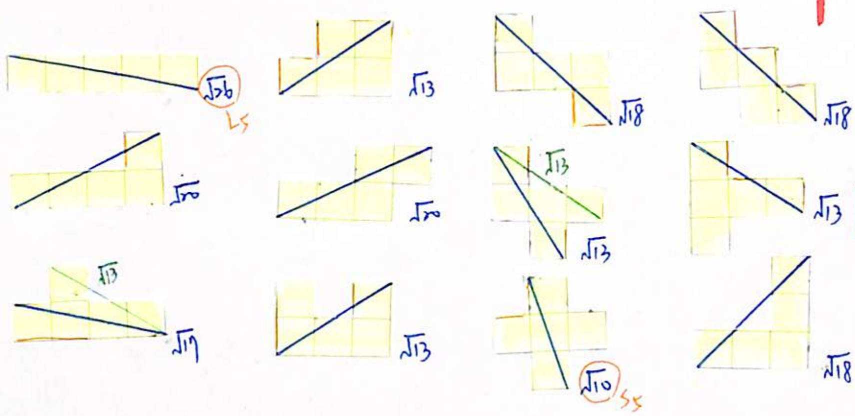
最佳解！

永春高中數學科　階城盃答案卷

班級 315 座號 1 姓名 陳羽莛 第 55 期第 二 大題

4325

(1)



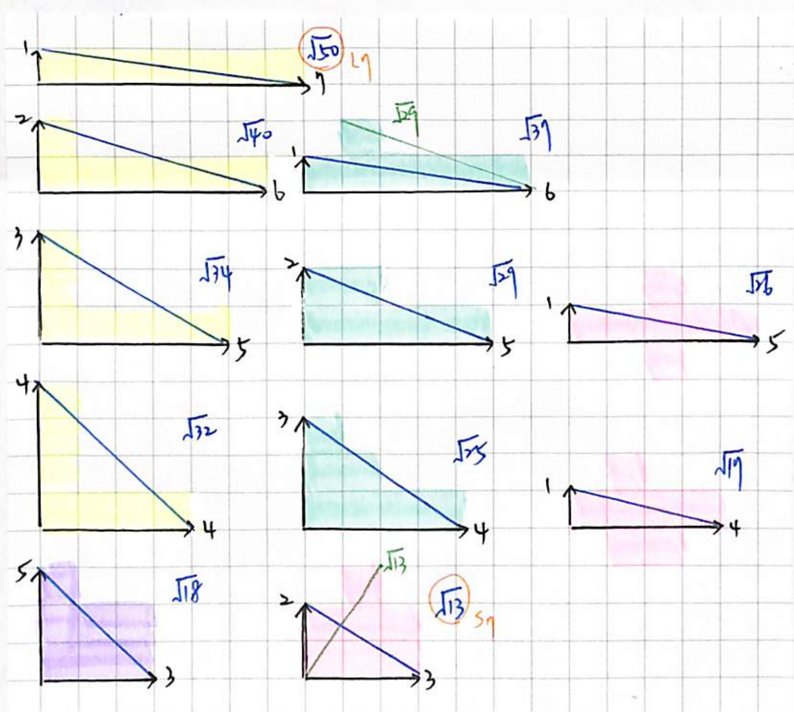
5連方有12種

對角線長度有 $\sqrt{26}, \sqrt{20}, \sqrt{18}, \sqrt{17}, \sqrt{13}, \sqrt{10}$ 共6種

$L_5 = \sqrt{26}$

$S_5 = \sqrt{10}$

(2)



7連方圖形的對角線共有11種長度，各舉出一個例子如左示

其中 $L_7=\sqrt{50}$, $S_7=\sqrt{13}$

$\sqrt{20}$.

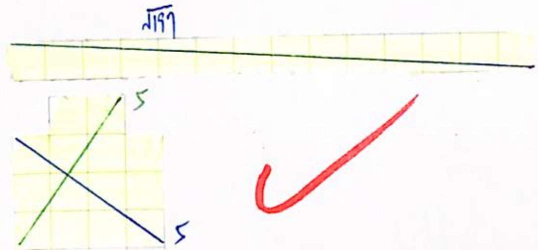
永春高中數學科　階城盃答案卷

班級 315　座號 1　姓名 陳羽莛　第 55 期第 二 大題

(3)

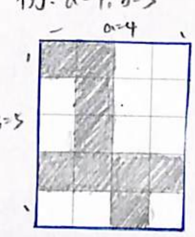
$L_{14} = \sqrt{14^2+1^2} = \sqrt{197}$

$S_{14} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$



(證明如(4))

例: a=4, b=5



(4)

令連方在橫向及縱向所占的方格數分別為 a, b $(1 \le a \le b \le k,\ k \in N)$

我們可得 $a+b-1 \le k$ 及 $ab \ge k$

① 求 $L_k = \max(\sqrt{a^2+b^2})$

取 $a+b-1=k \Rightarrow a=k+1-b$

令 $f_L(b)=a^2+b^2 = (k+1-b)^2+b^2$

$= (k+1)^2-2(k+1)b+2b^2$

解 $f_L'(b) = [2b^2-2(k+1)b+(k+1)^2]'=0$

$\Rightarrow 4b = 2(k+1)$

$\Rightarrow b=\frac{k+1}{2}$

因此當 $b=\frac{k+1}{2}$ 時, $f_L(b)$ 有最小值為 $\frac{k+1}{2}\sqrt{2}$,

$b=1, k$ 時 $f_L(b)$ 有極大值為 $\sqrt{k^2+1}$

由上可知 $L_k=\sqrt{k^2+1}$ #

② 求 $S_k = \min(\sqrt{a^2+b^2})$

取 $ab \ge k \Rightarrow a=\frac{k}{b}$

令 $f_S(b)=a^2+b^2=(\frac{k}{b})^2+b^2$

解 $f_S'(b)=[k^2b^{-2}+b^2]'=0$

$\Rightarrow -2k^2b^{-3}+2b=0$

$\Rightarrow b^4=k^2$

$\Rightarrow b=\pm\sqrt{k}, \pm\sqrt{k}i$ (負數,虛數不合)

$\Rightarrow b=\sqrt{k}$

因此當 $b=\sqrt{k}$ 時, $f_S(b)$ 有極小值為 $\sqrt{2k}$

由上可知 $S_k=\sqrt{2k}$ #

請將本卷對折一次後投入投件箱，謝謝您的參與！