Part 1 !

永春高中數學科　階城盃答案卷

班級 208　座號 24　姓名 蔡和曄　第 50 期第 2 大題

最佳解！

(1) M為$\triangle ABC$的重心，　設 area of $\triangle ABM$ 為 A_1

$\triangle BMC$ A_2

$\triangle CMA$ A_3

+2

$P_1:P_2:P_3 = A_1:A_2:A_3$

Assume $P_1:P_2:P_3 = 1:1:1$

即 $A_1:A_2:A_3 = 1:1:1$，故M為$\triangle ABC$的重心 ※

(2)

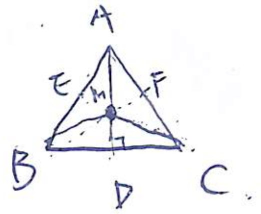
設$\triangle ABC$內接圓半徑 r

+4

$P_1:P_2:P_3 = A_1:A_2:A_3 = \frac{20r}{2}:\frac{24r}{2}:\frac{20r}{2} = 5:6:5$ ※

(3)

+4 　∵ M在$\triangle ABC$內部



設 $\overline{BC}$中點 D，$\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{24}{2}=12$.

$\overline{AD} = \sqrt{20^2-12^2} = 16$

設 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=R$，$\overline{MD}=16-R$

$\triangle BMD$中，$R^2=(16-R)^2+12^2$

$R=\frac{256+144}{32}=\frac{25}{2}$

∴ $\overline{MD}=\sqrt{(\frac{25}{2})^2-12^2}=\frac{7}{2}$

設 $\overline{AB}$中點E

$\overline{AC}$ 〃 F

$\overline{AE}=\overline{AF}=\frac{20}{2}=10$

∴ $\overline{EM}=\overline{MF}=\sqrt{(\frac{25}{2})^2-10^2}=\frac{15}{2}$

$A_1:A_2:A_3=\frac{20\times\frac{15}{2}}{2}:\frac{24\times\frac{7}{2}}{2}:\frac{20\times\frac{15}{2}}{2}$

$=P_1:P_2:P_3=25:14:25$ ※

請將本卷對折一次後投入投件箱，謝謝您的參與！

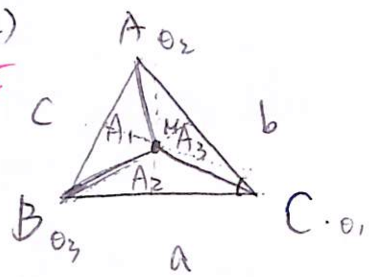
Part 2 !

永春高中數學科　階城盃答案卷

班級 208　座號 34　姓名 蔡和峰　第 50 期第 2 大題

(4)

+5



設 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=r$.

$A_1:A_2:A_3=(\frac{1}{2}r\cdot r\cdot\sin\angle AMB):(\frac{1}{2}r\cdot r\times\sin\angle BMC):(\frac{1}{2}r\times r\times\sin\angle AMC)$

又 $\angle AMB=2\angle ACB$　$\angle BMC=2\angle BAC$, $\angle AMC=2\angle ABC$

$\therefore A_1:A_2:A_3=\sin 2\angle ACB:\sin 2\angle BAC:\sin 2\angle ABC$

設 $\angle ACB=\theta_1$, $\angle BAC=\theta_2$, $\angle ABC=\theta_3$

$A_1:A_2:A_3=\cancel{2}\sin\theta_1\cos\theta_1:\cancel{2}\sin\theta_2\cos\theta_2:\cancel{2}\sin\theta_3\cos\theta_3$

又 $\frac{a}{\sin\theta_2}=\frac{b}{\sin\theta_3}=\frac{c}{\sin\theta_1}=2r$.

$\therefore A_1:A_2:A_3=\cos\theta_1\times\frac{c}{\cancel{2r}}:\cos\theta_2\times\frac{a}{\cancel{2r}}:\cos\theta_3\times\frac{b}{\cancel{2r}}$

By 餘弦 thm. $\triangle ABC$ 中, $\cos\theta_1=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, $\cos\theta_2=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, $\cos\theta_3=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

$\Rightarrow A_1:A_2:A_3=\frac{(a^2+b^2-c^2)c}{\cancel{2}ab}:\frac{(b^2+c^2-a^2)a}{\cancel{2}bc}:\frac{(a^2+c^2-b^2)b}{\cancel{2}ac}$

同乘 abc $\Rightarrow A_1:A_2:A_3=c^2(a^2+b^2-c^2):a^2(b^2+c^2-a^2):b^2(a^2+c^2-b^2)$

$=(a^2c^2+b^2c^2-c^4):(a^2b^2+a^2c^2-a^4):(a^2b^2+b^2c^2-b^4)$ #

請將本卷對折一次後投入投件箱，謝謝您的參與！